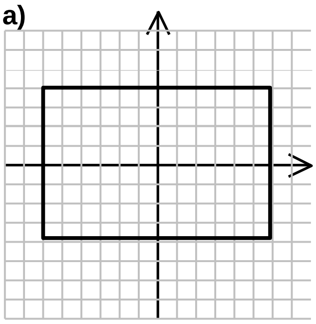
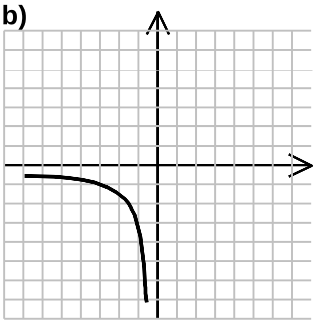
ACTIVIDADES DEL TEMA 10

1. De las siguientes funciones decir cuál de ellas son funciones, y en ese caso indica el dominio y el recorrido.

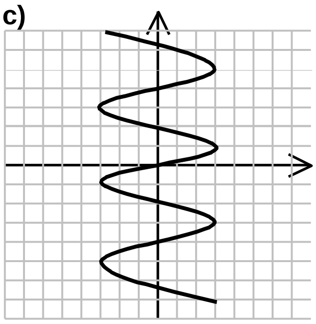
a)



b)

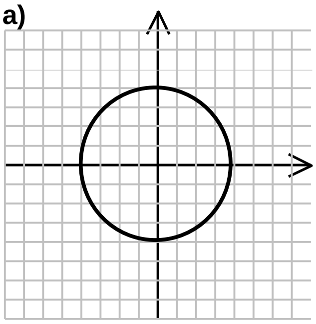


c)

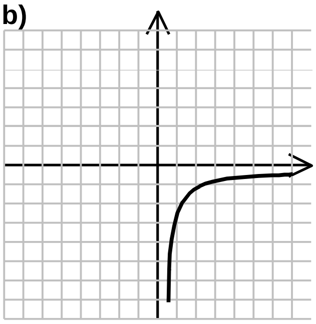


2. De las siguientes funciones decir cuál de ellas son funciones, y en ese caso indica el dominio y el recorrido.

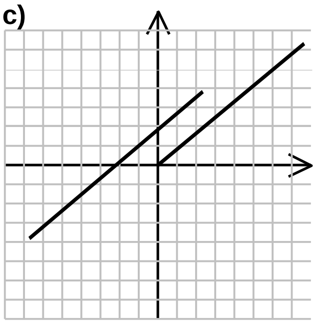
a)



b)



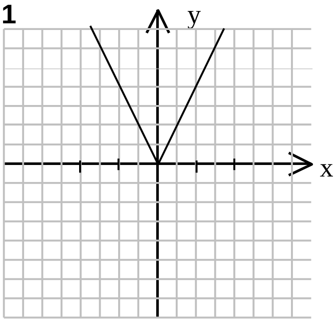
c)



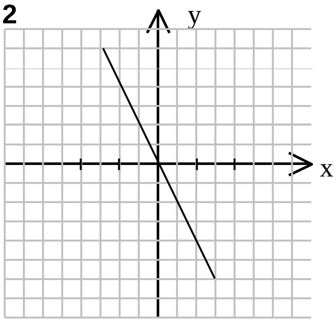
3. Dadas las siguientes funciones y gráficas, asocia cada función con su gráfica:

a) $f(x) = 2x$ b) $g(x) = -2x$ c) $h(x) = |2x|$

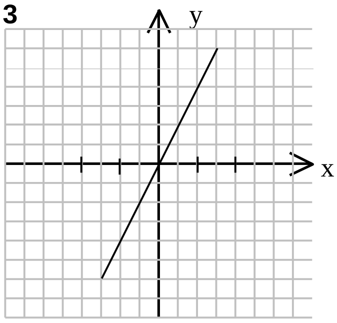
1



2



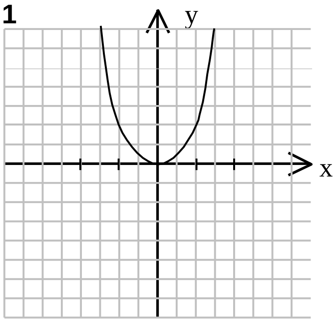
3



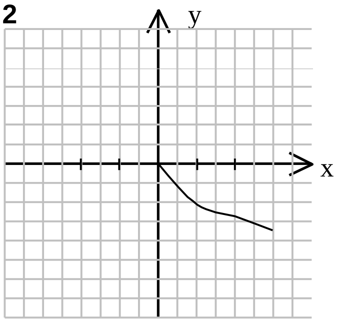
4. Dadas las siguientes funciones y gráficas, asocia cada función con su gráfica:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ b) $g(x) = -\sqrt{x}$ c) h(x) = x2

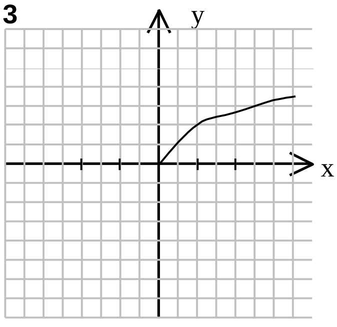
1



2



3



5. Indica el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x-4}$ b) $f(x) = \dfrac{2}{x+3} - 1$ c) $f(x) = x^2 + 4$

6. Indica el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ b) $f(x) = \sqrt{x} + 2$ c) $f(x) = -x + 1$

7. Indica el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:

a) $y = 14x + 2$ b) $y = \dfrac{1}{x-1}$ c) $y = \sqrt{2+x}$

8. Escribe la función que representa la siguiente tabla y dibújala:

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-3	-1	1	3	5

9. Representa las siguientes funciones e indica su dominio y recorrido:

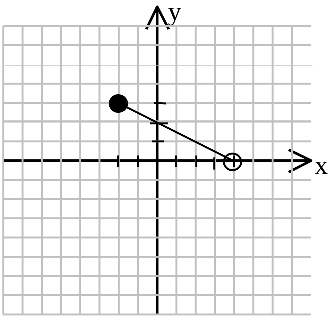
a) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{si } x \in (-\infty, 0) \\ 2x, \text{si } x \in [0,2] \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} 3, \text{ si } x \in [-2,1] \\ 2, \text{ si } x \in (1,2) \end{cases}$

10. Dada la función: $f(x) = \dfrac{1}{3x+6}$ indica su dominio y su recorrido y dibújala.

11. Dada la función: $f(x) = \sqrt{2x+1}$ indica su dominio, su recorrido y dibújala.

12. Dada la función: $f(x) = \dfrac{2}{3x+9}$ indica su dominio, su recorrido y dibújala.

13. A partir de la gráfica dada, escribe la función que la representa y di su dominio y su recorrido. (Cada cuadrado de la gráfica representa una unidad)



14. Representa las siguientes funciones e indica su dominio y recorrido:

a) $f(x) = \begin{cases} x, \text{ si } x \in [-3,0) \\ 2, \text{ si } x \in [0,2] \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} -x, \text{ si } x \in [-2,1] \\ x, \text{ si } x \in (1,2] \end{cases}$

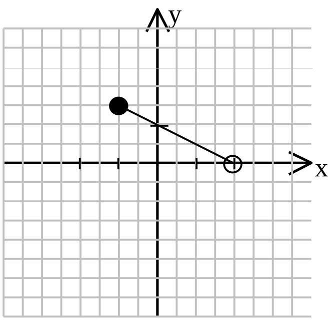
15. Dada la función: $f(x) = \sqrt{2x+1} + 1$ indica su dominio, su recorrido y dibújala.

16. Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{2x+1}$ indica su dominio y su recorrido y dibújala.

17. La siguiente tabla indica la variación del consumo de helados por día en función de la temperatura. Escribe la función que representa el número de helados en función de T y dibújala.

Temperatura	27°	30°	33°	36°
Nº helados	1	2	3	4

18. A partir de la gráfica dada, escribe la función que la representa y di su dominio y su recorrido. (Cada cuadrado de la gráfica representa media unidad)



19. Escribe la función que representa la siguiente tabla y dibújala.

x	1	-1	2	-2	3	-3
y	1	-1	1/2	-1/2	1/3	-1/3

20. Representa las siguientes funciones e indica su dominio y recorrido:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x, \text{ si } x \in [-4,-1) \\ x, \text{ si } x \in [0,2] \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} |x|, \text{ si } x \in [-1,1] \\ 3, \text{ si } x \in (1,\infty) \end{cases}$

21. Un ciclista bebe 1/2 litro de agua cada 10 km de recorrido. Si en el coche de equipo llevan un bidón de 40 litros, haz una tabla que indique su variación y escribe la función que la representa.

22. Un ciclista participa en una carrera recorriendo 3 km cada minuto. Teniendo en cuenta que no partió del origen sino 2 km por detrás representa en una tabla el recorrido durante los tres primeros minutos. Escribe la función que expresa los kilómetros en función del tiempo en minutos y dibújala.

23. Representa las siguientes funciones a trozos e indica su dominio y recorrido:

a) $f(x) = \begin{cases} 2, \text{ si } x < -2 \\ x, \text{ si } -2 \le x < 1 \\ -x, \text{ si } 1 \le x < \infty \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} 2x+1, \text{ si } x < -1 \\ x, \text{ si } -1 \le x \le 2 \\ 2, \text{ si } 2 < x \end{cases}$

24. Representa las siguientes funciones a trozos e indica su dominio y recorrido:

a) $f(x) = \begin{cases} x-1, \text{ si } x < -3 \\ -x+1, \text{ si } -3 \le x < 0 \\ 3, \text{ si } 0 \le x < \infty \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, \text{ si } x < -2 \\ 3, \text{ si } -2 \le x < 1 \\ \sqrt{x}, \text{ si } 1 \le x \end{cases}$

25. El segundero de un reloj analógico avanza 6º cada segundo. Escribe una función que exprese el ángulo girado (en grados) en función del tiempo (en segundos) y dibújala.

26. Dadas $f(x) = 3x - 1$ y $g(x) = \frac{1}{x}$, calcula $f \circ g$ indicando su dominio.

27. Dadas $f(x) = x + 2$ y $g(x) = \frac{1}{x}$, calcula **f + g** indicando su dominio.

28. Divide las funciones $f(x) = \sqrt{2-x}$ y $g(x) = \frac{1}{x}$ y calcula su dominio.

29. Multiplicar las funciones $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ y $g(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ y calcula su dominio.

30. Calcula **f + g** y **f - g** indicando su dominio si $f(x) = \frac{1}{x}$ y $g(x) = \frac{1-x}{x+2}$.

31. Calcula **f + g** indicando su dominio:

a) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 3,\ g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \frac{3x}{2x+1},\ g(x) = \frac{-1}{x-2}$

32. Sumar las funciones $f(x) = \frac{1}{x} - 1$ y $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ y calcula su dominio.

33. Dadas $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ y $f \circ g$, calcula **f · g** indicando su dominio.

34. Calcula, si existe, la función recíproca de $f(x) = \frac{2x-1}{1-x}$.

35. Calcula **f · g** e indica su dominio, para:

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2x},\ g(x) = \frac{x^2 - x}{x+1}$

b) $f(x) = x^2 \text{ - } x \text{ - } 6,\ g(x) = \frac{x-2}{2x \text{ - } 6}$

36. Calcula **f + g**, **f - g** y **f / g**, indicando sus dominios, si $f(x) = \frac{3+x}{x^2 - 3x}$ y $g(x) = \frac{3x-5}{x^2 - 4x + 3}$.

37. Calcula $(f \circ g)(x)$ y su dominio si $f(x) = x + 2$ y $g(x) = (x-1)^2$.

38. Dados $f(x) = x^2 - 1,\ g(x) = \sqrt{2x+1}$, realiza $f \circ g$ y $g \circ f$ y calcula el dominio en cada caso.

39. Dadas $f(x) = 2x + 3$ y $g(x) = x^2$, hallar $f \circ f,\ f \circ g,\ g \circ f,\ g \circ g \circ g$.

40. Calcula la función recíproca de $f(x) = \frac{1+2x}{x}$.

41. Simplificando la función $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ obtenemos la función $f(x) = x + 2$. ¿Eso significa que las funciones f(x) y g(x) son iguales? Razona tu respuesta.

42. Dados $f(x) = x + 1,\ g(x) = \frac{2-x}{3x-6}$, realiza **f - g**, **f · g** y **f / g** y calcula el dominio en cada caso.

43. Calcula la función recíproca de $f(x) = 2x - 3$.

44. Comprobar si $f(x) = 2x$ y $g(x) = \frac{x}{2}$ son funciones recíprocas entre sí.

45. Calcula $(f \circ g)(x)$ y su dominio si $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = 2x - 1$.

46. Calcula, si es posible, la función recíproca de:

a) $f(x) = 3x - 2$ b) $g(x) = \frac{x-3}{4x}$ c) $h(x) = -x + 5$ d) $i(x) = x^2 + 5x$

47. Calcula $f \circ g$ y $g \circ f$ e indica sus dominios:

a) $f(x) = \frac{2}{3x},\ g(x) = \frac{2x}{3}$ b) $f(x) = \sqrt{x^2+1},\ g(x) = 3$

48. Expresa cada función como composición de funciones:

a) $h(x) = 5\sqrt{x} + 5$ b) $i(x) = \sqrt{x^2+3}$ c) $j(x) = 5x^4 + 2x^2 + 6$

49. Calcula, si es posible, la función recíproca de:

a) $f(x) = x^3 - 5$ b) $g(x) = \frac{1}{4x+2}$ c) $h(x) = -x - \frac{1}{x}$ d) $i(x) = x^2 - 3x + 1$

50. Calcula, si es posible, la función recíproca de

a) $f(x) = \frac{1-3x}{6}$ b) $g(x) = \frac{7-x}{x}$ c) $h(x) = \frac{3}{2-2x}$ d) $i(x) = \sqrt[3]{x-2}$

51. Un movimiento tiene por ecuación de su distancia $s(t) = t^2 + t + 1$. Calcula:

a) La velocidad media en [0,3]. b) La velocidad media en [3,6].
Compáralas.

52. Calcular la tasa de variación media para los valores de x y h que se indican a continuación:

a) $f(x) = x^2 + x \quad x = 1 \quad h = 0{,}1$ b) $f(x) = x^2 + x \quad x = 1 \quad h = 0{,}01$

53. Un movimiento viene dado por la ley $e(t) = 3t^2 - 2t$. Calcula:

a) La distancia recorrida por un móvil al cabo de 1, 3, 5, 7 y 9 segundos.

b) La velocidad media en [1,3], [3,5], [5,7] y [7,9].

54. Halla la tasa de variación media de la función y = log x en el intervalo:

a) [1,10] b) [10,100]

55. Al medir cada 3 años la estatura de un niño, se han encontrado los siguientes resultados:

Años	0	3	6	9	12	15	18	21
cm	35	53	118	126	135	174	178	180

¿Durante qué años crece de manera más acusada y durante cuáles es menos acusada?

56. La velocidad de un móvil en un trayecto AB viene dada por la ecuación f(t) = 5t + 2. Halla la aceleración media entre $t_0 = 3$ y $t_0 + h = 8$. (Las unidades son metros y segundos.)

57. Calcula la tasa de variación media en los intervalos [0,1] y [2,3] y ordénalos según su crecimiento:

a) f(x) = 2 - 3x b) $g(x) = 5 - x^2$

58. Calcula la tasa de variación media en los intervalos [0,1] y [2,3] y ordénalos según su crecimiento:

a) f(x) = 2-x b) $g(x) = \sqrt{3}$

59. La ecuación del movimiento de un móvil viene dada por la función $f(t) = t^2 - t$. Halla la velocidad media entre $t_0 = 1$ y $t_0 + h = 6$. (Las unidades son metros y segundos.)

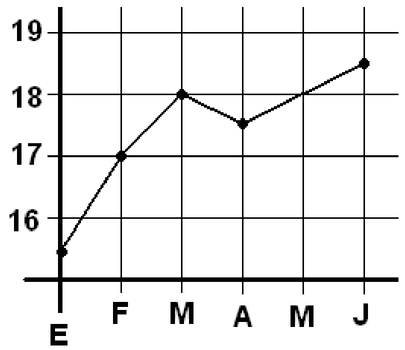
60. Halla la tasa de variación media de las siguientes funciones en el intervalo [x, x+1]:

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = x^3$ c) $f(x) = x$ d) $f(x) = x^4$

61. El espacio recorrido por un móvil viene dado por f(t) = 3t + 5. Demostrar que la velocidad media es constante en cualquier intervalo.

62. ¿Cómo es la gráfica de una función en un intervalo donde su tasa de variación media es nula? Si dicha función representa la distancia recorrida por un vehículo en función del tiempo, ¿cómo se desplaza el móvil?

63. La cotización en bolsa de una empresa viene representada por la siguiente gráfica:



a) Calcula la tasa de variación media semestral.

b) ¿En qué mes se produjo un mayor aumento en la cotización?

64. Calcula la tasa de variación media de $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$ en $\left[0,\frac{1}{2}\right]$, $\left[\frac{1}{2},1\right]$, $[1,2]$. Ordena las funciones según su tasa de variación media.

65. Una empresa obtuvo 100.000 euros de beneficios en 2000 y 500.000 euros en 2004. Posteriormente incrementó sus beneficios en 400.000 euros en los siguientes 3 años. Usando la tasa de variación media, decide qué periodo fue mejor para la empresa: 2000-2004 ó 2004-2007.

66. En el primer año de su existencia, una empresa ha fabricado 200 unidades de un producto y se ha comprometido a fabricar un total de 6000 unidades para el próximo año. ¿Cuál será su tasa de variación media en unidades/mes durante el segundo año para cumplir el objetivo su la producción se mantiene constante todo el año?

67. Un movimiento tiene por ecuación de su velocidad $v(t) = 5t - 1$. Demuestra que su aceleración media es constante en cualquier intervalo.

68. La ecuación de un movimiento es $e(t) = 50 + 100t - 5t^2$. ¿Para qué valor de t la velocidad media entre 0 y t se anula?

69. Calcula la tasa de variación media de $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$ en $\left[0, \frac{1}{2}\right]$, $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$, $[1,2]$. Ordena las funciones según su tasa de variación media.

70. El espacio recorrido por un cuerpo en caída libre es $e(t) = \frac{1}{2} g\, t^2 = 4{,}9t^2$. Halla:

a) La velocidad media en [0; 0,5].
b) La velocidad media en [1,5; 2]. Compáralas en interpreta los resultados.
c) La velocidad media en [1, 1 + h].

71. Al medir el índice de variación del número de nacimientos en España se ha observado que ha habido una notable disminución. Tomando como valor 100 el correspondiente al año 1990 se tiene:

Año	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Índice	100	93,3	90,3	85	82,9	79,9	76,8	73,7	72,8	70	68,7

¿Cuál fue la disminución durante el primer lustro?
¿En qué trienio hubo un mayor descenso? Interpreta el signo del resultado.

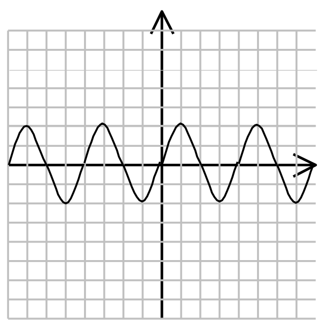
72. Un móvil tiene por ecuación de su distancia $s(t) = t^2$. Hallar la velocidad media en los intervalos [1, 2], [1; 1,9], [1; 1,8], [1; 1,5], [1; 1,1], [1; 1,01] y [1; 1,001]. ¿Hacia qué número se acercan?

73. Un coche cubre la distancia entre dos ciudades a una media de 60 km/h y la vuelta a una media de 40 km/h. ¿Cuál fue la velocidad media de su recorrido?

74. La edad de un fósil en función del porcentaje de carbono 14 viene dada por $f(x) = -5700 \log_2 \frac{x}{100}$. Calcula la tasa de variación media en [1,2] y en [80,90] e interpreta el signo y magnitud de ambas cantidades.

75. Calcula la tasa de variación media en [a,b] de f(x) = mx + n. ¿Qué observas? ¿Depende del resultado? ¿Qué nombre recibe?

76. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.

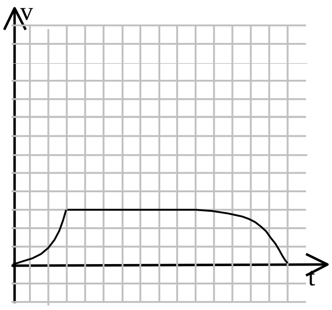


77. Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

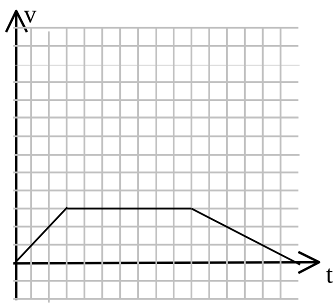
a) $y = x - 3$; b) $y = x^2 - 16$; c) $y = 2x + 4$

78. Ponemos en marcha un cronómetro en el mismo instante que empieza una carrera. Los 3 primeros segundos la velocidad de los corredores aumenta a razón de 1 m/s cada segundo. Los siguientes 7 segundos se mantiene constante la velocidad en el valor máximo alcanzado en el primer intervalo. En los últimos 6 segundos, la velocidad decrece hasta que se paran. De las siguientes funciones indica cuál la velocidad de los atletas en función del tiempo. (Las divisiones son de una unidad)

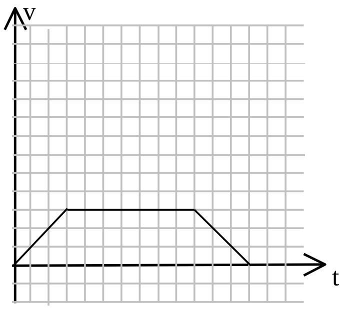
a)



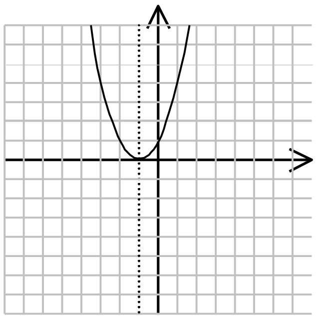
b)



c)



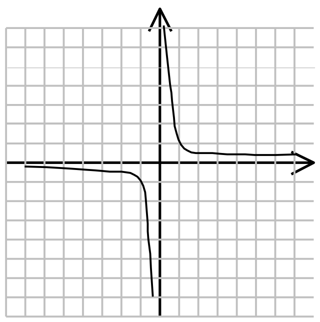
79. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



80. Representa e indica si son simétricas y el tipo de simetría de las siguientes funciones:

a) $y = - x^2$ b) $y = |2x|$

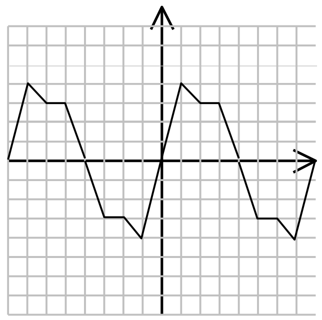
81. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



82. Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

a) $y = 2x + 1$; b) $y = x^2 - 4$; c) $y = -x + 8$

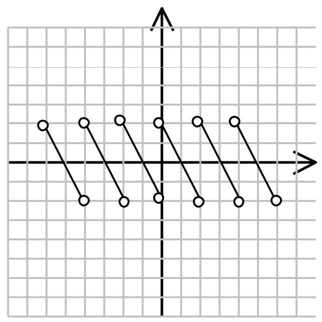
83. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



84. Dibuja e indica las zonas de crecimiento y de decrecimiento de las siguientes funciones:

a) $y = x^2$ b) $y = 2x - 3$ c) $y = -x + 1$

85. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



86. Representa las siguientes funciones a trozos:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < 0 \\ |x|, & \text{si } 0 \le x < 1 \\ x, & \text{si } 1 \le x < \infty \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{si } x < -3 \\ -x + 1, & \text{si } -3 \le x < 0 \\ 3, & \text{si } 0 \le x < \infty \end{cases}$

87. Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones:

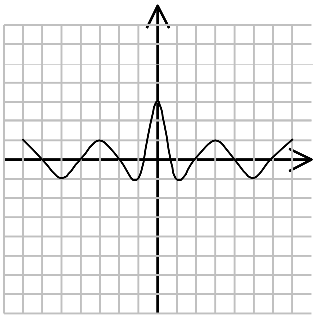
a) $y = x^2 - 5x + 6$ b) $y = \dfrac{x^2 - 9x + 20}{x - 4}$ c) $y = x^2 - x + 6$

88. Representa las siguientes funciones:

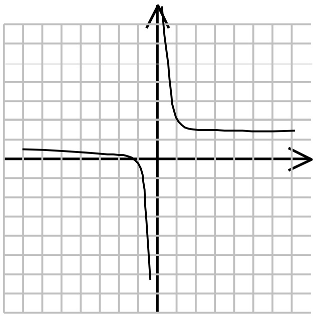
a) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{si } x \in (-\infty, 0) \\ 2x, \text{si } x \in [0, 2] \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} -x, \text{si } x \in [-2, 1] \\ x, \text{si } x \in (1, 2] \end{cases}$

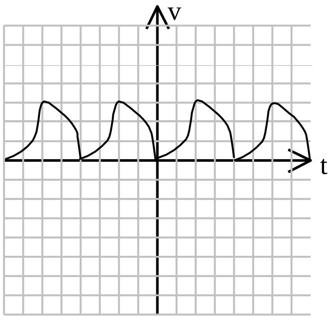
89. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



90. Estudia la siguiente gráfica, indicando: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, simetría, periodicidad crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



91. La gráfica que se da a continuación indica la velocidad de un "yoyo" en su movimiento de subida y bajada. Estudia su dominio, recorrido, puntos de corte, simetría, periodicidad, crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



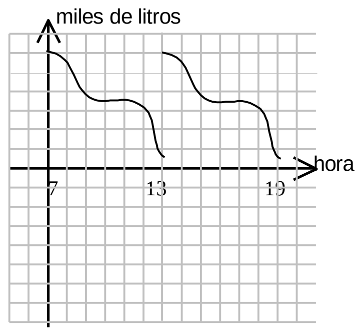
92. Dibuja una gráfica con las siguientes características: Dom [-7,7); Rec[-2,3]; Ptos de corte (0,1), (-2,0) y (3,0); Discontinuidad en x = 4; Un máximo en (5,3); Mínimo en (-3,-2); no periódica y no simétrica.

93. Estudia las zonas de crecimiento y de decrecimiento de las siguientes funciones:

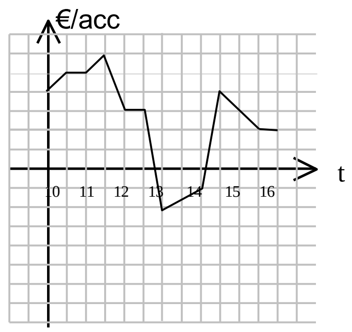
a) $y = x^3$ b) $y = x^5$ c) $y = \dfrac{1}{x^2}$

94. Dibuja una gráfica con las siguientes características: Dom $(-\infty,\infty)$; Rec[1,4]; Ptos de corte (0,2); Periódica de T = 4; Máximos donde quieras con la condición de que entre ellos exista la misma relación que marca el periodo. Mínimos los que se quieran sin condiciones. Sin discontinuidades y no simétrica.

95. La gráfica que se da a continuación representa el volumen de combustible en el depósito de una gasolinera al cabo de un día. Estudia su dominio, recorrido, puntos de corte, simetría, periodicidad, crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



96. La gráfica que se da a continuación indica la evolución de un valor de la bolsa (en el eje vertical en miles de euros por acción) durante una jornada. Estudia su dominio, recorrido, puntos de corte, simetría, periodicidad, crecimiento, continuidad, máximos y mínimos.



97. Dibuja las gráficas de tres funciones que corten a los ejes en los siguientes puntos:

a) (-7,0); (-5,0); (-3,0); (-1,0); (1,0); (3,0)

b) (-2,0); (0,0) y (2,0)

c) (0,2) y (0,4)

98. Representa las siguientes funciones a trozos:

a) $f(x)=\begin{cases} 2, & \text{si } x<-2 \\ x, & \text{si } -2\le x<1 \\ -x, & \text{si } 1\le x<\infty \end{cases}$

b) $g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & \text{si } x<-2 \\ 3, & \text{si } -2\le x<1 \\ \sqrt{x}, & \text{si } 1\le x \end{cases}$

99. Las siguientes funciones no son simétricas ni respecto al origen ni respecto al eje OY, pero lo son con respecto a otros ejes u otros puntos. Dibújalas y di con respecto a que ejes o puntos son simétricas y sus zonas de crecimiento y decrecimiento.

a) $y = x^2 + 2x + 1$

b) $y = x^3 + 1$

100. Dibuja una función a trozos, que sea periódica de periodo T = 4, siempre creciente y simétrica respecto al origen de coordenadas.

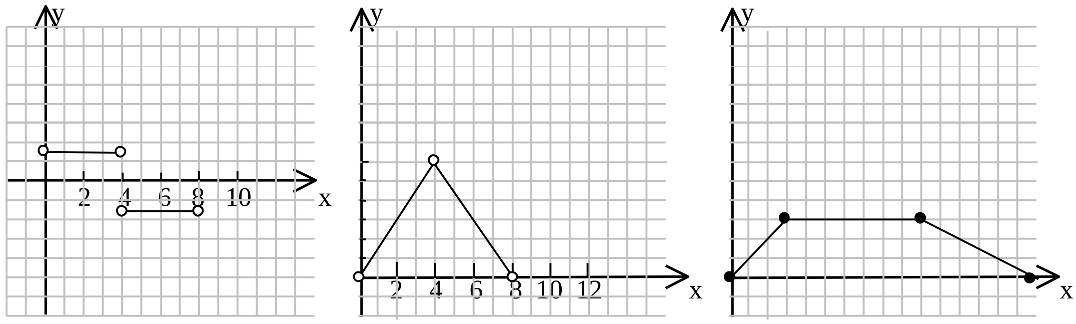
101.Ponemos en marcha un cronómetro en el mismo instante que empieza una carrera. Los 3 primeros segundos la velocidad de los corredores aumenta a razón de 1 m/s cada segundo. Los siguientes 7 segundos se mantiene constante la velocidad en el valor máximo alcanzado en el primer intervalo. En los últimos 6 segundos, la velocidad decrece hasta que se paran. Escribe la función a trozos que represente la velocidad de los atletas en función del tiempo.

102. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa a las funciones que se dan a continuación?

a) $f(x)=\begin{cases} 3/2 & \text{si } x\in(0,4) \\ -3/2 & \text{si } x\in(4,8) \end{cases}$

b) $g(x)=\begin{cases} x, & \text{si } 0\le x\le 3 \\ 3, & \text{si } 3\le x\le 10 \\ \dfrac{-1}{2}x, & \text{si } 10\le x\le 16 \end{cases}$

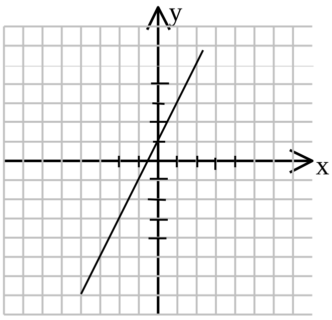
1 2 3



103. ¿Cuántas veces puede cortar una función al eje de las x? ¿Y al eje de las y?

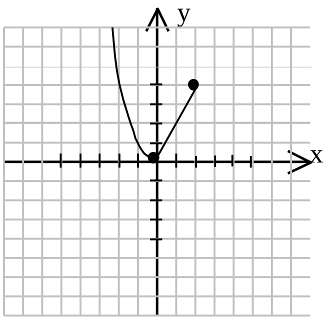
SOLUCIONES

1. Sólo es una función la correspondiente apartado b). Dominio $(-\infty,0)$; Recorrido $(-\infty,0)$
2. Sólo es una función la correspondiente apartado b). Dominio $(0,\infty)$; Recorrido $(-\infty,0)$
3. a) La 3; b) La 2; c) La 1
4. a) La 3; b) La 2; c) La 1
5. a) Dom(f) = [-4, 4) ; Rec(f) = (0, 4) b) Dom(f) = R - {3}; Rec(f) = R - {-1}
   c) Dom(f) = R ; Rec(f) = [4, 4)
6. a) Dom(f) = R - {0}; Rec(f) = R - {1} b) Dom(f) = R +; Rec(f) = [2, 4)
   c) Dom(f) = Rec(f) = R
7. a) Dom(f) = Rec(f) = R b) Dom(f) = R - {1}; Rec(f) = R - {0}
   c) Dom(f) = [- 2, 4); Rec(f) = [0, 4)
8. La función es la recta: $y = 2x + 1$

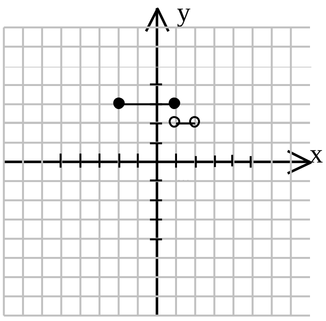


9. a) Dom(f) = $(-\infty,2]$, Rec(f) = $[0, +\infty)$ b) Dom(g) = [-2, 2), Rec(g) = {2, 3}

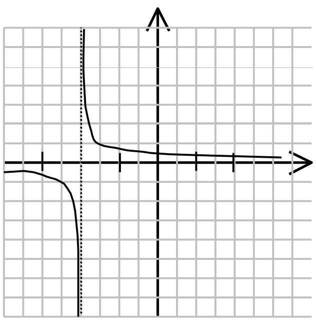
a)



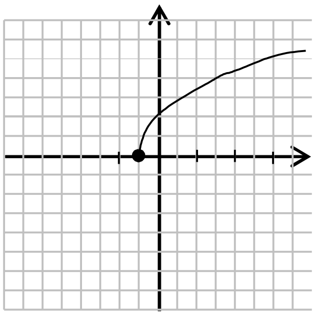
b)



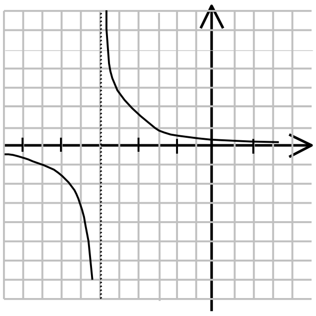
10. Dom(f) = R - {-2} Rec(f) = R - {0}



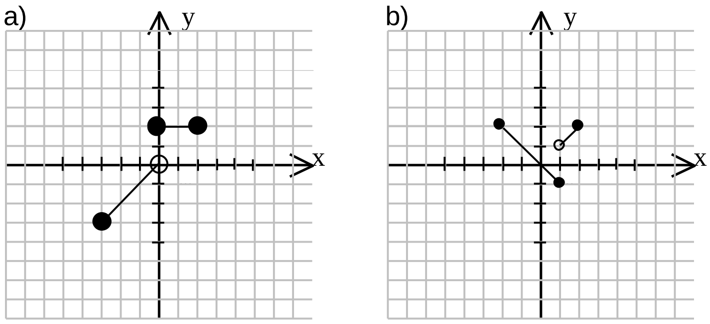
11. Dom(f) =$[-\frac{1}{2},4)$ Rec(f) = [0, 4)



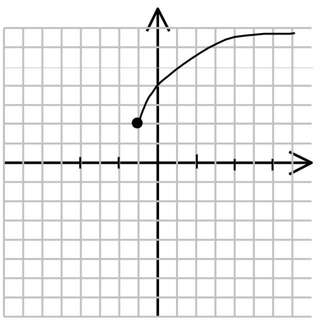
12. Dom(f) = R - {-3} Rec(f) = R - {0}



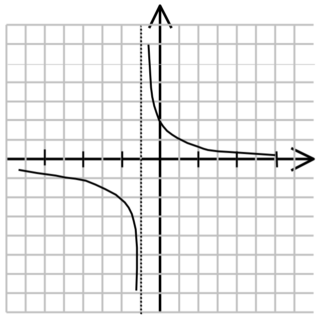
13. La gráfica pertenece a la recta: y = -x + 2 Dom(f) = [-2,4) Rec(f) = (0,3]
14. a) Dom(f) = [-3, 2], Rec(f) =[-3, 0] ∪ {2} b) Dom(g) = [-2, 2], Rec(g) = [-1, 2]



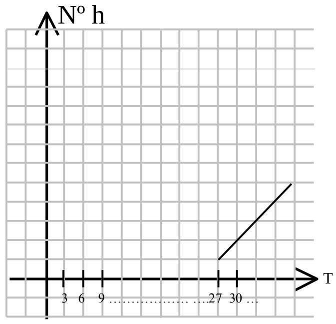
15. Dom(f) = $[-\frac{1}{2},4)$ Rec(f) = [1,4)



16. Dom(f) = R - {$-\frac{1}{2}$} Rec(f) = R - {0}

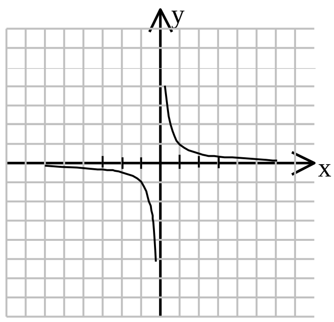


17. La recta que representa la función se puede calcular a partir de cualquier pareja de puntos es: Nºh (T) = $\frac{1}{3}T - 8$



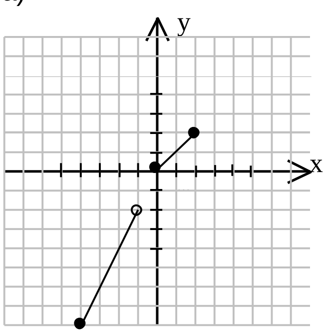
18. La gráfica pertenece a la recta: $y = -\frac{1}{2}x + 1$ Dom(f) = [-1,2) Rec(f) = $\left(0, \frac{3}{2}\right]$

19. La función es: $y = \frac{1}{x}$

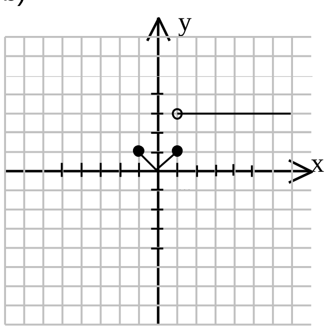


20. a) Dom(f) = [-4, -1] ∪ [0, 2], Rec(f) = [-8, -2) ∪ [0, 2] b) Dom(g) = [-1, +∞), Rec(g) = [0, 1] ∪ {3}

a)

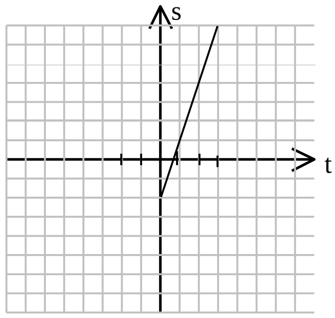


b)



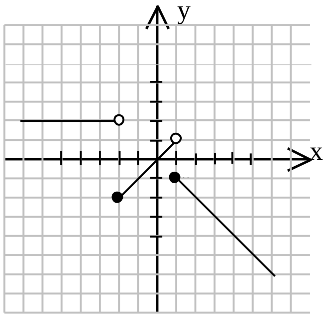
21. $L = 40 - \frac{1}{20}s$ donde s es la distancia en km.

22. $s(t) = 3t - 2$

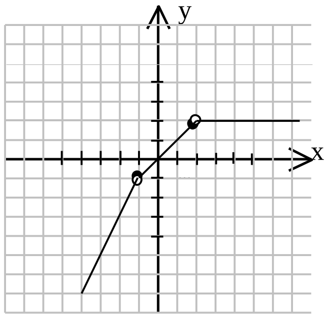


23. a) Dom(f) = $(-2, +\infty)$, Rec(f) = $(-\infty, 1) \cup \{2\}$ b) Dom(g) = R, Rec(g) = $(-\infty, 2]$

a)

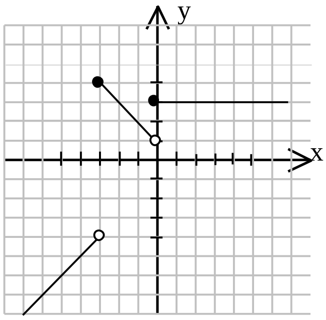


b)

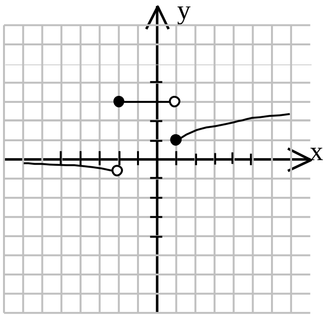


24. a) Dom(f) = R, Rec(f) = $(-\infty, -4) \cup (1, 4]$ b) Dom(g) = R, Rec(g) = $[-1/2, 0) \cup [1, +\infty)$

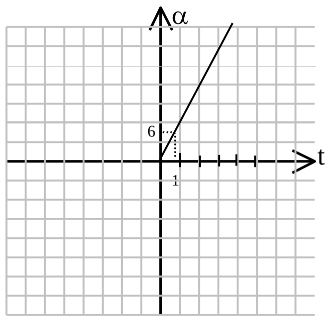
a)



b)



25. $\alpha = 6t$



26. $(f\circ g)(x) = (3/x) - 1$. Dom$(f\circ g)$ = R – {0}.

27. $(f+g)(x) = \dfrac{x^2+2x+1}{x}$. Dom(f+g) = R – {0}..

28. $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = x\sqrt{2-x}$. Dom(f/g) = $(-\infty,2]$.

29. $(f\cdot g)(x) = \dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^3-x^2+x-1}$. Dom(f·g) = $\mathrm{R}-\{1\}$.

30. $(f+g)(x) = \dfrac{-x^2+2x+2}{x(x+2)}$. Dom(f+g) = $\mathrm{R}-\{-2,0\}$. $(f-g)(x) = \dfrac{x^2+2}{x(x+2)}$. Dom(f+g) = $\mathrm{R}-\{-2,0\}$.

31. a) $(f+g)(x) = x^3+2x^2-x+3+\sqrt{x^2-4}$. Dom(f+g) = $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$.

b) $(f+g)(x) = \dfrac{3x^2-8x-1}{(2x+1)(x-2)}$. Dom(f+g) = $\mathrm{R}-\left\{-\dfrac{1}{2},2\right\}$.

32. $(f+g)(x) = \dfrac{4x^2-2}{x^2-2x}$. Dom(f+g) = $\mathrm{R}-\{0,2\}$.

33. $(f\cdot g)(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{x(x-1)}$. Dom(f·g) = $\mathrm{R}-\{0,1\}$.

34. $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$

35. a) $(f\cdot g)(x) = \dfrac{(x^2-x)\sqrt{x+1}}{2x(x+1)}$. Dom(f·g) = $\mathrm{R}-\{-1,0\}$. b) $(f\cdot g)(x) = \dfrac{2x^3-8x^2-6x+36}{2x-6}$.

Dom(f·g) = $\mathrm{R}-\{3\}$.

36. $(f+g)(x) = \dfrac{4x^2-3x-3}{x(x-1)(x-3)}$. Dom(f·g) = $\mathrm{R}-\{0,1,3\}$.

$(f-g)(x) = \dfrac{-2x^2+7x-3}{x(x-1)(x-3)}$. Dom(f·g) = $\mathrm{R}-\{0,1,3\}$.

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{(3+x)(x^2-4x+3)}{x(x-3)(3x-5)}$. Dom(f·g) = $\mathrm{R}-\left\{0,\dfrac{5}{3},3\right\}$.

37. $(f\circ g)(x) = (x-1)^2+2 = x^2-2x+3$. Dom($f\circ g$) = R .

38. $(f\circ g)(x) = 2x+1-1 = 2x$. Dom($f\circ g$) = R .

$(g\circ f)(x) = \sqrt{2(x^2-1)+1} = \sqrt{2x^2-2x+1}$. Dom($g\circ f$) = R .

39. $(f\circ f)(x) = 2(2x+3)+3 = 4x+9$. $(f\circ g)(x) = 2x^2+3$. $(g\circ f)(x) = (2x+3)^2$.

$(g\circ g\circ g)(x) = \left(\left(x^2\right)^2\right)^2 = x^8$.

40. $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x-2}$

41. Las funciones racionales, al simplificarlas no queda la misma función, porque podemos eliminar alguna discontinuidad. Por ejemplo, en este caso , f y g son iguales en todos los puntos excepto para x = -2, donde f es continua y g es discontinua.

42. $(f-g)(x)=\dfrac{3x^2-2x-8}{3x-6}$. Dom(f -g) = $R-\{2\}$.

$(f\cdot g)(x)=\dfrac{-x^2+x+2}{3x-6}$. Dom(f·g) = $R-\{2\}$.

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)=\dfrac{3x^2-3x-6}{2-x}$. Dom(f/g) = $R-\{2\}$.

43. $f^{-1}(x)=\dfrac{x+3}{2}$

44. Como $(f\circ g)(x)=2\dfrac{x}{2}=x$ es la función identidad, entonces sí son recíprocas.

45. $(f\circ g)(x)=\sqrt{2x-1}$. Dom($f\circ g$) = $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

46. a) $f^{-1}(x)=\dfrac{x+2}{3}$. b) $g^{-1}(x)=\dfrac{3}{1-4x}$. c) $h^{-1}(x)=5-x$.

d) No es posible, pues i(x) no es inyectiva.

47. a) $(f\circ g)(x)=\dfrac{2}{3\dfrac{2x}{3}}=\dfrac{1}{x}$. Dom($f\circ g$) = R - $\{0\}$. $(g\circ f)(x)=\dfrac{2\dfrac{2}{3x}}{3}=\dfrac{4}{9x}$. Dom($g\circ f$) = R - $\{0\}$.

b) $(f\circ g)(x)=\sqrt{3^2+1}=\sqrt{10}$. Dom($f\circ g$) = R. $(g\circ f)(x)=3$. Dom($g\circ f$) = R.

48. a) $h(x)=(f\circ g)(x)$ con $f(x)=5x+5, g(x)=\sqrt{x}$.

b) $i(x)=(f\circ g)(x)$ con $f(x)=\sqrt{x}, g(x)=x^2+3$.

c) $j(x)=(f\circ g)(x)$ con $f(x)=5x^2+2x+6, g(x)=x^2$.

49. a) $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x+5}$. b) $g^{-1}(x)=\dfrac{1-2x}{4x}$.

c) No es posible, pues h(x) no es inyectiva. d) No es posible, pues i(x) no es inyectiva.

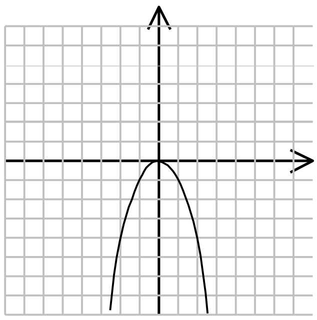
50. a) $f^{-1}(x)=\dfrac{1-6x}{3}$. b) $g^{-1}(x)=\dfrac{7}{x+1}$. c) $h^{-1}(x)=\dfrac{2x-3}{2x}$.

d) $i^{-1}(x)=x^3+3$.

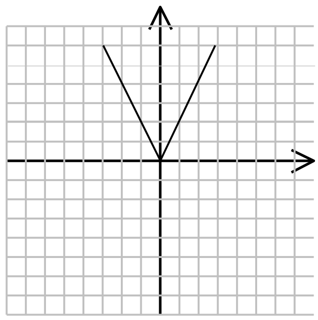
51. a) 4; b) 10; La velocidad en el segundo intervalo es mucho más grande, por lo que el movimiento tiene una gran aceleración.
52. a) 0,301 b) 0,3001
53. a) 225 b) 46
54. a) 1/9 b) 1/90
55. Crece de manera más acusada entre los 3 y 6 años, y de manera menos acusada entre los 18 y 21 años.
56. 5 m/s^2

57. a) -3; b) -5. La función g decrece de una manera más acusada, aunque en el intervalo [0,1] f decrece más rápidamente y en el intervalo [2,3] es g la que decrece más rápidamente.
58. a) -1/2; -1/8 b) 0 en ambos casos; La función f decrece más que la g que es constante.
59. 6 m/s
60. a) $2x + 1$ b) $3x^2 + 3x + 1$ c) 1 d) $4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$
61. En el intervalo [a,b]: $v = \frac{3b + 5 - (3a + 5)}{b - a} = \frac{3b - 3a}{b - a} = \frac{3(b - a)}{b - a} = 3$ que es independiente de a y de b.
62. La gráfica de la función debe tener la misma altura (ordenada) en los extremos del intervalo. El móvil volvería al punto de partida al final del periodo de tiempo, es decir, retrocedería hasta llegar al punto de origen.
63. a) 0,5 b) Se produjo un mayor aumento en enero.
64. $TVM_{[0,1/2]}$ f = 0,5 $TVM_{[1/2,1]}$ f = 1,5 $TVM_{[1,2]}$ f = 3
    $TVM_{[0,1/2]}$ f = 0,25 $TVM_{[1/2,1]}$ f = 1,75 $TVM_{[1,2]}$ f = 7
    En el primer intervalo la función f crece más que la g, en el segundo y tercer intervalo crece más la función g.
65. $TVM_{[2000,2004]}$ = 100000 $TVM_{[2004, 2007]}$ = 133333,33 Por tanto, fue mejor el periodo 2004-2007
66. 500 unidades/mes
67. En el intervalo [a,b]: la aceleración = 5 que es independiente de a y de b.
68. Para t = 20
69. $TVM_{[0,1/2]}$ f = 1,41; $TVM_{[1/2,1]}$ f = 0,59 $TVM_{[1,2]}$ f = 0,41
    $TVM_{[0,1/2]}$ g = 0,5 $TVM_{[1/2,1]}$ g = 1,5 $TVM_{[1,2]}$ g = 3
    En el primer intervalo la función f crece más que la g, en el segundo y tercer intervalo crece más la función g.
70. a) v = 2,45 b) v = 17,5 Es considerablemente superior a la anterior, por lo se deduce que un móvil en caída libre acelera muy rápidamente c) v = 4,9 · (2 + h)
71. $TVM_{[1990,1995]}$ = -4,22 $TVM_{[1990,1993]}$ = -5 $TVM_{[1991,1994]}$ = -3,47
    $TVM_{[1992,1995]}$ = -3,471 $TVM_{[1993,1996]}$ = -2,73 $TVM_{[1994,1997]}$ = -3,07
    $TVM_{[1995,1998]}$ = -2,37 $TVM_{[1996,1999]}$ = -2,27 $TVM_{[1997,2000]}$ = -1,67
    El trienio en el que hubo más descenso fue en 1990-1993. El signo negativo indica que es descenso en lugar de aumento.
72. $v_1 = 3$; $v_2 = 2,91$ $v_3 = 2,8$ $v_4 = 2,5$ $v_5 = 2,1$ $v_6 = 2,01$ $v_7 = 2,001$
    se acerca hacia el 2
73. La velocidad media es de 48 km/h
74. $TVM_{[1,2]}$ = 5700 $TVM_{[80,90]}$ = 96,86 Ambas tasas son positivas, y por tanto indican un aumento de edad. La primera es mucho mayor, e indica que la antigüedad de un fósil aumenta mucho más en ese intervalo.
75. $\frac{mb + n - (ma + n)}{b - a} = \frac{mb - ma}{b - a} = \frac{m(b - a)}{b - a} = m$ que no depende del resultado y coincide con la pendiente.

76. Dominio: Todos los reales Recorrido: [-2, 2] Corte eje OY: (0,0) eje OX: …(-6,0); (-4,0); (-2,0); (0,0); (2,0); (4,0); (6,0)….periódica Simetría: Respecto del origen Periodicidad: Es periódica de T = 4 Creciente: …-5<x<3; -1<x<1; 3<x<5…. Decreciente: -7<x<5; -3<x<-1; 1<x<3; 5<x<7…. Continuidad: la función es continua siempre. Máximos: (-7,2); (-3,2); (1,2); (5,2)… Mínimos: (-5,-2); (-1,-2); (3,-2); (7,-2)
77. a) (0,-3) y (3,0) b) (-4,0); (4,0) y (0,-16) c) (0,4) y (-2,0)
78. La gráfica b) se corresponde con los datos del enunciado.
79. Dominio: todos los reales Recorrido: (0,∞) Corte eje OY: (0,1) eje OX: (-1,0) Simetría: Respecto a la recta x = -1
    Periodicidad: No es periódica Creciente: x > -1 Decreciente: x < -1
    Continuidad: la función es continua siempre. Máximos: No tiene Mínimos: (-1,0)
80. a) $y = -x^2$. La función es simétrica respecto al eje OY

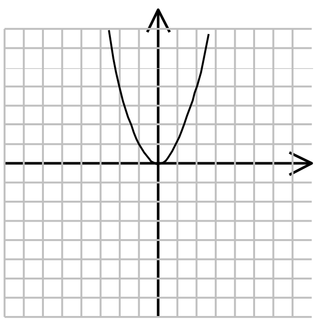


b) $y = |2x|$ La funcion es simétrica respecto al eje OY

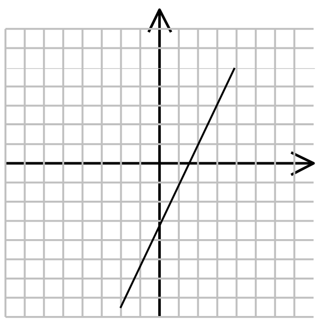


81. Dominio: R - {0} Recorrido: R- {0} Corte eje OY: No tiene eje OX: No tiene Simetría: Respecto del origen Periodicidad: NO tiene
    Creciente: Nunca Decreciente: Siempre Continuidad: la función no es continua en x = 0.
    Máximos: No tiene Mínimos: No tiene
82. a) (0,1) y (-1/2,0) b) (-2,0); (2,0) y (0,-4) c) (0,8) y (8,0)
83. Dominio: Todos los reales Recorrido: [-4, 4] Corte eje OY: (0,0) eje OX: (-8,0); (-4,0); (0,0); (0,4); (0,8)… Simetría: Respecto del origen
    Periodicidad: Es periódica de T = 8 Creciente: -9<x<-7; -1<x<1; 7<x<9;….
    Decreciente: -7<x<-6; -5<x<-4; -3<x<-2; 1<x<2; 3<x<5…. Continuidad: la función es continua siempre. Máximos: (-7,4); (1,4)…. Mínimos: (-1,4); (7,4)….
84. a) $y = x^2$; Decreciente: (-∞,0), Creciente: (0, ∞) b) y = 2x -3; Esta recta es siempre creciente. c) y = -x + 1; Esta recta es siempre decreciente

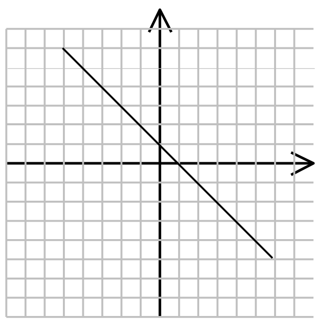
a)



b)



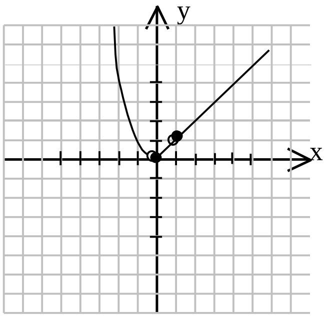
c)



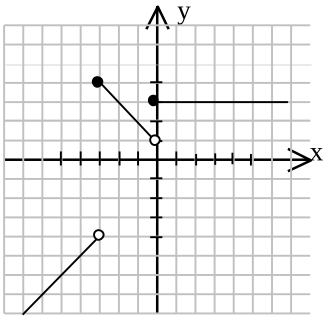
85. Dominio: R - {…,-8,-6,-4,-2,0,2,4,6,8…}; R - {2n}; Recorrido: (-2,2)
Corte eje OY: No tiene eje OX x ={-7,-5,-3,-1,1,3,5,7….}
Simetría: Es simétrica respecto del origen Periodicidad: Es periódica con T = 2
Creciente: Nunca Decreciente: En tos los trozos de la función
Continuidad: la función no es continua en: x = {…,-8,-6,-4,-2,0,2,4,6,8…}
Máximos: los valores máximos son los del principio del intervalo y los mínimos los del final.

86.

a)



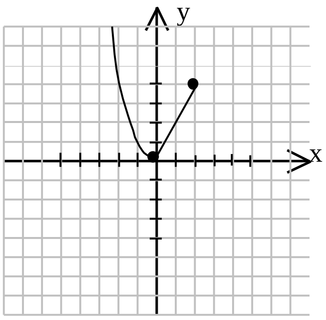
b)



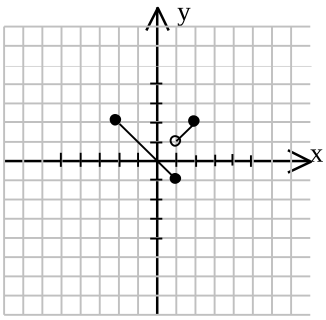
87. a) (2,0); (3,0) y (0,6) b) (5,0) y (0, -5) c) (-3,0); (2,0) y (0,6)

88.

a)



b)

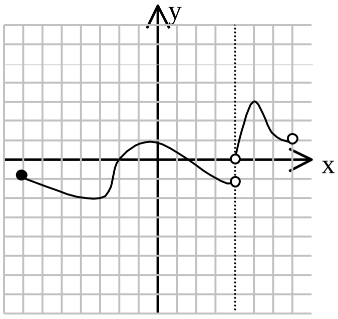


89. Dominio: Todos los reales. Recorrido: [-1,3] Corte eje OY: (0,3)
eje OX: (-8,0); (-6,0); (-4,0); (-2,0); -1,0); y los puntos simétricos de las x positivas.
Simetría: La función es simétrica respecto al eje OY Periodicidad: La función no es periódica
Creciente: (-5,-3); (-1,0); (1,3); (5,7) …. Decreciente: (-7,-5); (-3,-1); (0,1); (3,5)…
Continuidad: la función es continua siempre. Máximos: Absoluto (0,3); relativos (3,1); (-3,1); (5,1); (-5,1)… Mínimos: (1,-1); (-1,-1); (5,-1); (-5,-1)…

90. Dominio: R - {0} Recorrido: R - {1} Corte eje OY: No tiene eje OX: (-1,0)
Simetría: Es simétrica respecto al punto (0,1) Periodicidad: No es periódica
Creciente: Nunca Decreciente: Siempre Máximos: No tiene Mínimos: No tiene Continuidad: la función no es continua en x = 0.

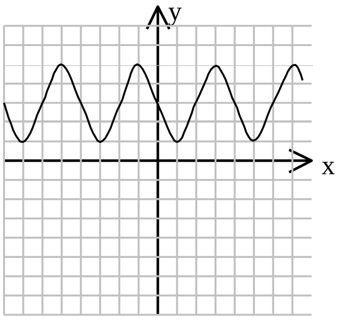
91. Dominio: (-∞,∞) Recorrido: [0, 4) Corte eje OY: (0,0) eje OX: (0,0); (4,0); (-4,0); (8,0); (-8,0)… Simetría: No presenta simetría
Periodicidad: Es periódica con T = 4 Creciente: En los intervalos (-8,-6); (-4,-2); (0,2); (4,6)…
Decreciente: En los intervalos (-6,-4); (-2,0); (2,4); (6,8)… Continuidad: la función es continua. Máximos: (-6,4), (-2,4); (2,4); (6,4)… Mínimos: Todos los puntos en que corta al eje OX

92. Esta o cualquier otra que cumpla las condiciones del enunciado.



93. a) Siempre creciente b) Siempre creciente c) Creciente: $(-\infty,0)$; decreciente: $(0, \infty)$

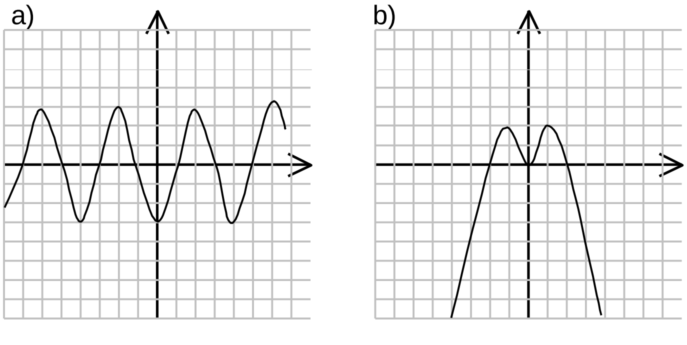
94. Esta o cualquier otra que cumpla las condiciones del enunciado.



95. Dominio: [7, 19) Recorrido: [500, 6000) Corte eje OY: No aparece en la gráfica (y = 0) por tanto no se puede decir el punto de corte. eje OX: ninguno Simetría: No es simétrica
Periodicidad: Es periódica en el intervalo que está definida Creciente: Nunca
Decreciente: Siempre Continuidad: La función no es continua en la hora 13.
Máximos: (7,6000), (13,6000) Mínimos: (13,500); (19,500)

96. Dominio: [10, 16) Recorrido: [-2000, 6000) Corte eje OY: No aparece en la gráfica (y = 0) por tanto no se puede decir el punto de corte. eje OX: 12:45 y 14:15
Simetría: No es simétrica Periodicidad: No es periódica
Creciente: Intervalos 10:00h a 10:30h; 11:00h a 11:30h; 14:00h a 14:30h
Decreciente: Intervalos 11:30h a 12:00h; 12:30h a 13:00h; 14:30h a 16:00h
Continuidad: La función es continua en todo su dominio
Máximos: (11:30h , 6000), (14:30h , 4000) Mínimos: (13:00h ,-2000)

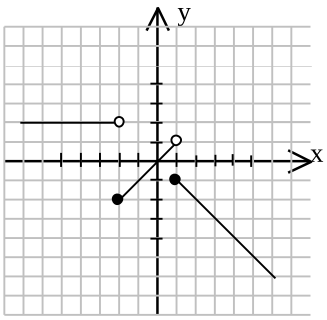
97.



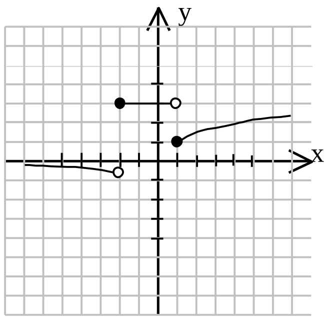
c) No es una función ya que al valor 0 de las x se le asignan dos valores de y.

98.

a)

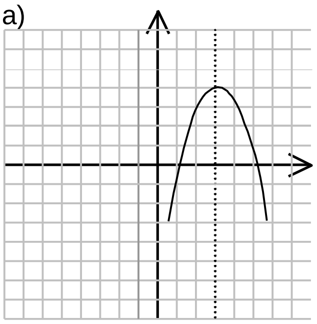


b)

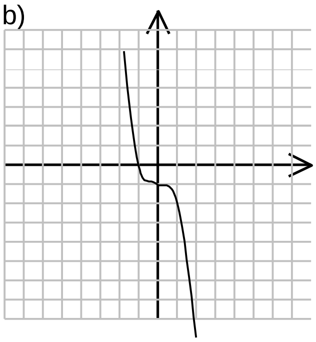


99. a) Simétrica respecto a la recta x = 3 Creciente: x < 3 Decreciente: x > 3
    b) Simétrica respecto al punto (0,-1) Siempre decreciente.

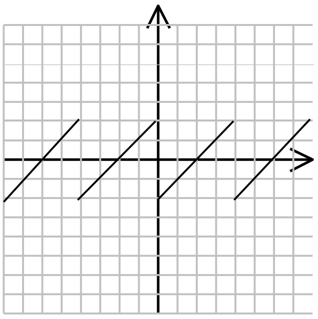
a)



b)



100. Existen infinitas soluciones, se da sólo una:



101. $v(t)=\begin{cases} 1\cdot t, & \text{si } 0 \le t \le 3 \\ 3, & \text{si } 3 \le t \le 10 \\ \dfrac{-1}{2}t, & \text{si } 10 \le t \le 16 \end{cases}$

Los dos extremos pueden pertenecer a cada trozo ya que coinciden los valores por la derecha y por la izquierda.

102. La función a) f (x) está representada en la gráfica 1 La función b) g (x) está representada en la gráfica 3

103. Una función puede cortar al eje de las x todas las veces que quiera, es al eje de las y al que solo puede cortar en una ocasión ya que si lo cortara más veces no se trataría de una función. Las funciones periódicas que cortan al eje en alguna ocasión lo hacen repetidas veces (hasta infinito). Solo una vez ya que si cortase al eje y en más de una ocasión al valor de x = 0 no le correspondería

un único valor, que es una condición indispensable para que una gráfica defina una función.