# ACTIVIDADES DEL TEMA 9

1. Dados $\vec{u}=(4,3)$, $\vec{v}=(-1,2)$ y $\vec{w}=(7,-5)$, calcula:
   a. $\vec{u}+\vec{v}$  b. $\vec{u}-\vec{v}$  c. $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$

2. Dado $\vec{u}=\left(\frac{1}{5},\frac{6}{5}\right)$, calcula:
   a. $-5\vec{u}$  b. $\frac{1}{3}\vec{u}$  c. $10\,\vec{u}$  d. $-\frac{25}{2}\vec{u}.$

3. Dados $\vec{u}=\left(\frac{2}{7},-\frac{1}{4}\right), \vec{v}=\left(\frac{1}{7},\frac{3}{4}\right)$ y $\vec{w}=(3,-3)$, calcula:
   a. $\vec{u}+\vec{w}$  b. $\vec{u}-\vec{v}$  c. $\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}.$

4. Dados $\vec{u}=(11,12), \vec{v}=(13,17)$ y $\vec{w}=(-15,16)$, calcula:
   a. $\vec{u}+\vec{v}$  b. $\vec{v}-\vec{w}$  c. $\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}.$

5. Dado $\vec{u}=(7,-6)$, calcula:
   a. $3\vec{u}$  b. $\frac{2}{5}\vec{u}$  c. $-7\,\vec{u}$  d. $-\frac{5}{2}\vec{u}.$

6. Dados $\vec{u}=\left(\frac{1}{2},1\right), \vec{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{5}\right)$ y $\vec{w}=\left(\frac{6}{5},\frac{2}{5}\right)$, calcula:
   a. $\vec{u}+\vec{w}$  b. $\vec{v}-\vec{w}$  c. $\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}.$

7. Dado $\vec{u}=\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$, calcula:
   a. $-10\vec{u}$  b. $\frac{2}{3}\vec{u}$  c. $5\,\vec{u}$  d. $-\frac{4}{7}\vec{u}.$

8. Averigua las coordenadas del punto medio del segmento AB, sabiendo que A = (2,3) y que B = (0,-1).

9. Averigua si están alineados los puntos M(3,1), N(1,3) y P(-2,9).

10. Dados $\vec{u}=(3,1)$ y $\vec{v}=(-7,2)$, halla las coordenadas de $\vec{w}=(x,y)$ sabiendo que $\frac{1}{3}\vec{u}+\frac{1}{2}\vec{v}=\vec{w}.$

11. Halla y para que los puntos A(6,y), B(5,-2) y C(-1,6) estén alineados.

12. Averigua si están alineados los puntos A(2,3), B(3,2) y C(19,18).

13. Averigua si están alineados los puntos A(1,-3), B(4,5) y C(7,8).

14. Halla el valor de x para que los puntos A(2,4), B(3,5) y C(x,7) estén alineados.

15. Halla el valor de y para que los puntos A(4,7), B(-1,5) y C(1,y) estén alineados.

16. Dados $\vec{u} = (5,6)$ y $\vec{v} = (-1,2)$, halla las coordenadas de $\vec{w} = (x, y)$ sabiendo que $\frac{2}{5}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} = 3\vec{w}$.

17. Averigua las coordenadas de los puntos medios del triángulo de vértices A(1,-1), B(-3,6) y C(4,5), así como la longitud de los tres vectores determinados por dichos puntos medios.

18. Dados $\vec{u} = (3,5)$ y $\vec{v} = (2,4)$, halla las coordenadas de $\vec{w} = (x, y)$ sabiendo que $-\vec{u} + 7\vec{v} = \vec{w}$.

19. Halla las coordenadas de los puntos medios de los segmentos que determinan los lados del triángulo de vértices A(0,0), B(0,6) y C(8,0), así como la distancia entre dichos puntos medios.

20. Averigua x para que los puntos P(-5,1), Q(-1,5) y R(x,3) estén alineados.

21. Dados $\vec{u} = (1,-1)$ y $\vec{v} = (-3,5)$, halla las coordenadas de $\vec{w} = (x, y)$ sabiendo que $3\vec{u} + 5\vec{v} = \vec{w}$.

22. Halla las coordenadas del extremo B del segmento AB sabiendo que A = (5,1) y que el punto medio $M = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

23. Halla las coordenadas de cuatro puntos M, N, P y Q que dividen al segmento AB en cinco partes iguales, siendo A = (-1,6) y B = (4,13).

24. Halla las coordenadas de 3 puntos M, N y P que dividen el segmento AB en 4 partes iguales, con $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ y $B\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

25. Halla las coordenadas de D(x,y) para que el cuadrilátero ABCD, con A(-1,2), B(4,-3), C(-5,9), sea un paralelogramo.

26. Halla las coordenadas del extremo A del segmento AB, sabiendo que su otro extremo tiene por coordenadas B(-3,7) y el punto medio es M(4,3).

27. Halla las coordenadas de dos puntos M y N que dividen al segmento AB en tres partes iguales, siendo A(3,-1) y B(-3,2).

28. Halla las coordenadas del extremo A del segmento AB sabiendo que B = (2,1) y el punto medio es M = (-3,4).

29. Halla las coordenadas de 4 puntos M, N, P y Q que dividen al segmento AB en 5 partes iguales, con $A = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$ y $B = (-5,4)$.

30. Dados los puntos $M\left(\frac{2}{7},-\frac{1}{4}\right), N\left(\frac{1}{7},\frac{3}{4}\right), P(3,-3)$, halla las coordenadas de un punto Q de modo que $\overrightarrow{MN}$ sea equipolente a $\overrightarrow{PQ}$.

31. Halla el módulo y el argumento de los vectores $\vec{u}=(3,8), \vec{v}=(3,1), \vec{w}=(7,2), \vec{t}=(1,2)$.

32. Dados los puntos $A\left(\frac{1}{5},\frac{6}{5}\right), B\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right), C\left(-3,-\frac{3}{5}\right)$, halla las coordenadas de un punto D de modo que $\overrightarrow{AB}$ sea equipolente a $\overrightarrow{CD}$.

33. Dados los puntos A(11,12), B(13,14), C(16,15) halla las coordenadas de un punto D de modo que los vectores $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{DC}$ sean equipolentes.

34. Calcula el perímetro del triángulo de vértices A(-3,8), B(5,-2) y C(7,2).

35. Dados los puntos M(3,4), N(-4,7) y P(-5,0) halla las coordenadas de un punto Q de modo que los vectores $\overrightarrow{NM}$ y $\overrightarrow{QP}$ sean equipolentes.

36. Calcula la distancia entre los puntos:

a. P(-3,9) y Q(-3,15).

b. A(4,8) y B(-2,5).

37. Dados los puntos M(-8,6), N(1,9) y P(1,-7) halla las coordenadas de un punto Q de modo que los vectores $\overrightarrow{MN}$ y $\overrightarrow{PQ}$ sean equipolentes.

38. Calcula la distancia entre los puntos:

a. $P\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ y $Q\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$.

b. b) A(-3,-6) y B(5,7).

39. Dados los puntos $M\left(\frac{1}{6},\frac{5}{6}\right), N\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right), P\left(-2,-\frac{1}{3}\right)$, halla las coordenadas de un punto Q de modo que $\overrightarrow{MN}$ sea equipolente a $\overrightarrow{PQ}$.

40. Dados los puntos $A\left(1,\frac{1}{5}\right), B\left(-\frac{1}{5},1\right), C\left(-\frac{2}{5},2\right)$, halla las coordenadas de un punto D de modo que $\overrightarrow{AB}$ sea equipolente a $\overrightarrow{CD}$.

41. Calcula m y n para que $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}+m\vec{j}$ y $\vec{v}=\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}+n\vec{j}$ sean unitarios.

42. De los puntos A(1,-5), B(5,-1) y C(8,-8), ¿cuál es el más cercano al punto P(7,-7)?

43. Calcula el perímetro del triángulo ABC sabiendo que las coordenadas de los tres vértices son A(2,0), B(-1, 4) y C(4, -8).

44. Calcula el perímetro del triángulo de vértices A(-3,7), B(-4,-5) y C(1,3).

45. Calcula el perímetro del paralelogramo de vértices A(1,5), B(5,1), C(8,8) y D(4,12).

46. Sea $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ una base ortonormal. Calcula la distancia entre los puntos A y B si $\overrightarrow{OA} = 7\vec{u}_1 - 3\vec{u}_2$ y $\overrightarrow{OB} = -5\vec{u}_1 + 2\vec{u}_2$.

47. Dados los vectores $\vec{u} = (2,4)$ y $\vec{v} = (3,1)$, halla el módulo de $\vec{u} - \vec{v}$.

48. Calcula el perímetro del triángulo de vértices A(-2,6), B(-5,3), C(2,2).

49. Se considera el vector $\vec{u} = (4,-7)$. Encuentra dos vectores que tengan su misma dirección y sean unitarios.

50. De entre los puntos A(2,-2), B(1,4) y C(-4,1), ¿cuál está más cerca del origen de coordenadas?

51. De los puntos A(3,-7), B(4,-2) y C(-1,3), ¿cuál es el más cercano al punto P(1,1)?

52. Dado el cuadrilátero A(1,3), B(3,7), C(5,1) y D(0,-1), averigua las coordenadas de los puntos medios M de AB, N de BC, P de CD y Q de AD, y comprueba que el cuadrilátero de vértices MNPQ es un paralelogramo. Halla el perímetro de dicho paralelogramo.

53. Comprobar métricamente si:

a. los puntos A(-1, 3), B(0, 5) y C(3, 1) forman un triángulo rectángulo.

b. los puntos A(0, 4), B(0, 8) y C(6, 5) forman un triángulo isósceles.

54. ¿Puede ser el módulo del vector suma de dos vectores, de módulo 10 y 5 respectivamente, mayor que 15? ¿Y menor que 5?

55. Ana ha salido a hacer windsurf arrastrada por un viento que tiene una velocidad de 15 km/h dirección norte. A los 5 minutos se ha caído y al levantar la vela observa que se ha levantado viento del oeste a 30 km/h y navega así durante 7 minutos. ¿A qué distancia se encuentra del punto de partida? ¿Qué distancia ha recorrido?

56. Conocidas las coordenadas de tres puntos, ¿cómo se puede averiguar métricamente si forman un triángulo? Aplícalo a un ejemplo.

57. Comprobar vectorialmente que los puntos A(0, 4), B(0, 8) y C(5, 6) forman un triángulo isósceles.

58. Comprobar vectorialmente que los puntos A(-1, 3), B(0, 5) y C(3, 1) forman un triángulo rectángulo.

59. Calcula m para que $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} + m\vec{j}$ y $\vec{v} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \vec{j}$ sean ortogonales.

60. Simplifica la expresión:

a. $(\vec{u}-\vec{v})^2$ b. $(2\vec{u}+3\vec{v})(\vec{u}+\vec{v})$ c. $(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v})$

61. Dado el vector $\vec{v}=\vec{i}+3\vec{j}$, interpreta geométricamente los productos $\vec{v}\cdot\vec{i}$, $\vec{v}\cdot\vec{j}$. Relaciona estos productos con $|\vec{v}|^2$.

62. Halla el ángulo que forman $\vec{u}=-5\vec{i}+12\vec{j}$ y $\vec{v}=2\vec{i}-6\vec{j}$.

63. Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ tales que $|\vec{u}|=9$ y $(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v})=17$. Calcula $|\vec{v}|$.

64. Demostrar:

a. $(\vec{u}+\vec{v}-\vec{w})(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w})=(\vec{u}+\vec{v})^2-\vec{w}^2$

b. $(\vec{u}-\vec{v}-\vec{w})(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}^2-(\vec{v}+\vec{w})^2$

65. Dado el triángulo de vértices A(9, 12), B(25, 0) y C(0, 0), calcula la longitud de la mediana respecto de BC.

66. Dos vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ son tales que $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=10\sqrt{3}$ y $|\vec{a}+\vec{b}|=20$. Halla el ángulo que forman estos dos vectores.

67. Demostrar que $\vec{a}=(\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{d}-(\vec{b}\cdot\vec{d})\vec{c}$ es perpendicular a $\vec{b}$.

68. Un vector de módulo 10 se descompone en suma de dos de módulos iguales y que forman un ángulo de 45°. Halla el módulo de cada uno de estos dos vectores.

69. Demostrar que para todos los puntos A, B, C y D se verifica que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=0$.

70. Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ tales que $(\vec{u}+\vec{v})^2=25$ y $(\vec{u}-\vec{v})^2=9$. Calcula $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

71. Dos fuerzas $f_1$ y $f_2$ de intensidad 20 y 30 N respectivamente, actúan sobre un cuerpo formando entre ellas un ángulo de 30°. ¿Cuántos N debe tener una fuerza $f_3$ para que establezca el equilibrio?

72. Halla el módulo del vector proyección de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$ si $\vec{u}=-3\vec{i}+5\vec{j}$ y $\vec{v}=-7\vec{i}-\vec{j}$.

73. Halla k para que $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$ y $\vec{v}=k\vec{i}+\vec{j}$ formen un ángulo de 30°.

74. Dados $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=5\vec{i}+5\vec{j}$, $\overrightarrow{OC}=-3\vec{i}-\vec{j}$ y $\overrightarrow{OD}=-6\vec{i}-5\vec{j}$, demostrar que ABCD es un rectángulo y calcular su perímetro.

75. Demostrar vectorialmente que el ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.

76. Demostrar vectorialmente que las diagonales de un rombo son perpendiculares.

77. Demostrar vectorialmente que las bisectrices de los ángulos formados por $\vec{u}, \vec{v}$ y por $-\vec{u}, \vec{v}$ son perpendiculares.

78. Averigua la ecuación de la recta que pasa por el punto P(1,-1) y que forma con el eje OX un ángulo de 25°.

79. ¿Cuánto vale la pendiente de la recta que pasa por A(5,-2) y B(3,-3)? Escribe la ecuación punto - pendiente de dicha recta.

80. Averigua la posición relativa de las rectas r:x - 2y + 5 = 0 y s:3x + y - 1 = 0.

81. Escribe las ecuaciones explícita y general de una recta que pasa por el punto P(4,-1) formando un ángulo con el eje OX cuya tangente vale -2.

82. Averigua la ecuación de la recta que pasa por el punto P(-5,2) y cuya tangente del ángulo que forman la recta y el eje OX vale 6.

83. Indica si las rectas r: 2x + y + 1 = 0 y s:4x - 2y + 3 = 0 son secantes o paralelas. En caso de que sean secantes, averigua su punto de intersección.

84. Averigua la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas:

a. y = 7x +1 ; b. y = -2x - 5 ; c. y = 3x ; d. y = 9x + 2 .

85. Averigua si las rectas r: x - y - 3 = 0 y s: 3x + 3y + 9 = 0 son secantes o paralelas. En caso de que sean secantes, halla su punto de corte.

86. Averigua el valor de k para que la recta kx - 7y + 1 = 0 pase por el punto A(2,1).

87. Escribe la ecuación de rectas paralelas a r: y = 4x - 7 que pasen por los puntos A(-1,3), B(4,9) y C(0,6).

88. Halla la ecuación punto - pendiente de la recta que pasa por A(4,-2) y que es paralela a la que pasa por M(-11,6) y N(7,-8).

89. Halla el valor de a para que la recta que pasa por los puntos A (a, 3) y B (-1, 5) tenga por pendiente m = 2. Escribe la ecuación de dicha recta.

90. Escribe la ecuación general de la recta que pasa por A(-7,2) y B(1,6).

91. ¿Cuánto ha de valer k para que la pendiente de la recta que pasa por A(5,k-7) y B(-3,1) sea m = 3?

92. Halla el valor de k para que las rectas r: 4x - 5y + 2 = 0 y s: kx + y -1 = 0 sea paralelas y distintas.

93. Halla la ecuación general de la recta que pasa por A(3,-7) y es paralela a la que pasa por los puntos B(-1,3) y C(3,-5).

94. ¿Cuánto ha de valer k para que las rectas r: kx + 3y + 4 = 0 y s: 3x + ky - 4 = 0 sean paralelas? ¿Y si queremos que sean coincidentes?

95. Halla el valor de k para que la recta que pasa por A(1,-1) y B(k,2) tenga por pendiente m = 1. Escribe la ecuación punto - pendiente de dicha recta.

96. Escribe la ecuación de rectas paralelas a r: y = -3x + 5 que pasen por los puntos A(0,7), B(7,0) y C(-7,7).

97. Averigua la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes rectas:

a. y = -6x +7 ; b. x + 3y - 5 = 0 ; c. y + 1 = 0 ; d. 2x - 5y + 1 = 0 .

98. Escribe la ecuación de rectas paralelas a r: y = -2x + 9 que pasen por los puntos A(0,-1), B(1,2) y C(3,-5).

99. ¿Están alineados los puntos A(-5,7), B(-8,9) y C(-14,13)? Averígualo observando si pertenecen a la misma recta.

100. ¿Qué valor ha de tomar k para que los puntos A(7,-5), B(-1,3) y C(k,2k) estén alineados? Averígualo haciendo que A, B y C pasen por la misma recta.

101.Construcciones Notecaigas, S.A. paga a sus albañiles un fijo diario más un suplemento por la superficie de pared construida. El fijo diario es de 9 euros y la superficie la pagan a 3 euros cada metro cuadrado. Halla la ecuación que da el sueldo diario (en euros) en función de la superficie (en m2)

102. Viajar en una línea de autobús cuesta un fijo de 4,5 euros por billete más 0,05 euros por cada kilómetro recorrido. Averigua la ecuación que proporciona el coste del viaje (y en euros) en función de los kilómetros recorridos (x). ¿Cuánto pagaremos por un trayecto de 250 km? Si hemos pagado 37,5 euros, ¿cuántos km habremos recorrido?

103. Sabiendo que la temperatura aumenta 1 ºC cada 32 m de profundidad y que en la superficie dicha temperatura es de 20 ºC, halla la ecuación de la recta que relaciona la profundidad (x en m) y la temperatura (y en ºC). ¿De qué profundidad procederá un agua que brote a 55 ºC?

104. Halla la ecuación punto - pendiente de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas r: 4x - y + 7 = 0 y s: 3x + 2y - 5 = 0 y que es paralela al vector (3,-5).

105. Representa y calcula las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{ED}$ siendo:

106. A(-3, 2), B(-1, 4), C(0, 3) D(2, -2) y E(0, -4).

107. Representa los puntos de coordenadas A(-2, 3), B(-3, -1), C(2, 2) y halla las coordenadas del punto D para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean iguales.

108. Dibuja los vectores $\vec{u}$ (0, -3) y $\vec{v}$ (7, 1). Representa y halla las coordenadas de: $2\vec{u}$ , $\frac{2}{3}\vec{v}$ , $-\frac{1}{2}\vec{u}$ , $\vec{u}+\vec{v}$

109. Si A(3, 7) y B(-1,5), halla las coordenadas de: $\overrightarrow{AB}$ Y $\overrightarrow{BA}$.

110.Las coordenadas de un vector son $\vec{v}=(-3,6)$. Halla las coordenadas de su origen, sabiendo que su extremo es el punto B(4,0)

111. Las coordenadas de un vector son $\vec{v}=(4,2)$. Halla las coordenadas de su extremo, sabiendo que su origen es el punto A(-1,3)

112.Dados los vectores $\vec{v}=(-3,8)$ y $\vec{w}=(5,-6)$, calcula el vector $\vec{v}+\vec{w}$

113.Dados los vectores $\vec{v}=(6,2)$ y $\vec{w}=(-4,4)$ calcula: $\vec{v}-\vec{w}$ y $-\vec{v}+\vec{w}$

114.Dados los vectores $\vec{a}=(3,-1)$, $\vec{b}=(-1,2)$ y $\vec{c}=(2,5)$, calcula $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ y $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$

115.Dados los vectores $\vec{a}=(4,3)$, $\vec{b}=(-1,-1)$ y $\vec{c}=(2,-3)$, calcula $\vec{a}+(\vec{b}-\vec{c})$ y $\vec{a}-(\vec{b}+\vec{c})$

116.Dados los vectores $\vec{v}=(-4,2)$ y $\vec{w}=(3,7)$, calcula:

a. $5\cdot\vec{v}-\vec{w}$

b. $5\cdot(\vec{v}-\vec{w})$

c. $\vec{v}-5\cdot\vec{w}$

d. $\frac{1}{2}\cdot\vec{v}-\vec{w}$

117.Dados los vectores $\vec{a}=(3,-3)$, $\vec{b}=(0,4)$ y $\vec{c}=(6,4)$, calcula:

a. $3\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$

b. $\vec{a}-6\vec{b}-\vec{c}$

c. $2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}$

118.Halla el módulo del vector cuyo origen es el punto A(3,5) y su extremo es B(-2,4).

119.Dados los puntos A(3,3); B(1,5); C(7,2) y D(5,0), Comprueba que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ miden lo mismo.

120. Halla el módulo de los vectores:

a. $\vec{v}=(3,4)$

b. $\vec{w}=(-2,5)$

c. $\vec{u}=(-4,-1)$

121.Halla la distancia entre los puntos M(3,7) y N(-5,4).

122. Halla la longitud de los lados del triángulo ABC, donde A(1,-1); B(5,6) y C(-2,4).

123. Comprueba que el triángulo de vértices A(4,7); B(-2,5) y C(10,9) es isósceles y halla su perímetro (perímetro de un triángulo es la suma de las medidas de sus lados)

124. Dados los puntos A(2,x) y B(-4,3), calcula x sabiendo que la distancia de A a B es 10.

125. Halla las coordenadas de los puntos medios de los lados del triángulo cuyos vértices son A(4,2); B(-1,6) y C(3,5).

126. Dado el paralelogramo de vértices A(2,1); B(7,3); C(8,7) y D(3,5), halla las coordenadas de los puntos medios de las diagonales AC y BD. ¿Qué se puede decir del resultado que obtenemos?

127. Averigua la recta que pasa por el punto P(-5,2) y cuya tangente del ángulo que forma la recta y el eje OX vale 6.

128. Averigua la recta que pasa por el punto A(0,-3) y que forma con el eje OX un ángulo de 45º.

129. Averigua la pendiente y la ordenada en el origen de la siguientes rectas:

a. $y = 7x + 1$

b. $y = -2x - 5$

c. $y = 3x$

d. $y = 9x + 2$

130. Halla el valor de k para que la recta que pasa por los puntos A(k,3) y B(-1,5) tenga por pendiente $m = 2$. Escribe la ecuación de la recta.

131. Dada la recta de ecuación explícita $y = 5x + 7$, escríbela en la forma de punto-pendiente.

132. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-7,2) y B(1,6)

133. Escribe la ecuación de las rectas paralelas a r: $y = -2x + 9$ que pasen por los puntos:

a. A(0,-1)

b. B(1,2)

c. C(3,-5)

134. Averigua la recta que pasa por el punto P(-2,7) y cuya tangente del ángulo que forma la recta y el eje OX vale 5.

135. Escribe la ecuación explícita y general de la recta que pasa por el punto P(1,-3) y que forma un ángulo con el eje de abscisas cuya tangente vale 2/9.

136. Averigua la recta que pasa por el punto P(3,-2) y cuya tangente del ángulo que forma la recta y el eje OX vale -7.

137. ¿Cuánto vale la pendiente de la recta que pasa por A(-1,0) y B(4,9)? Escribe la ecuación punto-pendiente y general de dicha recta.

138.

# SOLUCIONES

1. a) (3,5) ; b) (5,1) ; c) (10,0).
2. a) $-5\vec{u}=(-1,-6)$ ; b) $\frac{1}{3}\vec{u}=\left(\frac{1}{15},\frac{2}{5}\right)$; c) $10\vec{u}=(2,12)$ ; d) $-\frac{25}{2}\vec{u}=\left(-\frac{5}{2},-15\right)$.
3. a) $\vec{u}+\vec{w}=\left(\frac{23}{7},-\frac{13}{4}\right)$; b) $\left(\frac{1}{7},-1\right)$; c) $\left(-\frac{20}{7},2\right)$.
4. a) $\vec{u}+\vec{v}=(24,29)$; b) $\vec{v}-\vec{w}=(28,1)$; c) $\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}=(13,-21)$.
5. a) $3\vec{u}=(21,-18)$ ; b) $\frac{2}{5}\vec{u}=\left(\frac{14}{5},-\frac{12}{5}\right)$; c) $-7\vec{u}=(-49,42)$ ; d) $-\frac{5}{2}\vec{u}=\left(-\frac{35}{2},15\right)$.
6. a) $\vec{u}+\vec{w}=\left(\frac{17}{10},\frac{7}{5}\right)$; b) $\vec{v}-\vec{w}=\left(-\frac{13}{15},-\frac{1}{5}\right)$; c) $\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}=\left(-\frac{31}{30},\frac{2}{5}\right)$.
7. a) $-10\vec{u}=(-6,-8)$ ; b) $\frac{2}{3}\vec{u}=\left(\frac{2}{5},\frac{8}{15}\right)$; c) $5\vec{u}=(3,4)$ ; d) $-\frac{4}{7}\vec{u}=\left(-\frac{12}{35},-\frac{16}{35}\right)$.
8. (1, 1)
9. no están alineados.
10. (-5/2, 4/3)
11. y = -10/3
12. no están alineados.
13. no están alineados.
14. x = 5
15. y = 29/5
16. $\vec{w}=\left(\frac{5}{9},\frac{46}{45}\right)$.
17.

$$M_{AB}=\left(-1,\frac{5}{2}\right);\ M_{AC}=\left(\frac{5}{2},2\right);\ M_{BC}=\left(\frac{1}{2},\frac{11}{2}\right)\Rightarrow$$

$$\overrightarrow{M_{AB}M_{AC}}=\left(\frac{7}{2},-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{M_{AB}M_{AC}}\right|=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2};$$

$$\overrightarrow{M_{AB}M_{BC}}=\left(\frac{3}{2},3\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{M_{AB}M_{BC}}\right|=\sqrt{\frac{45}{4}}=\frac{3\sqrt{5}}{2};$$

$$\overrightarrow{M_{AC}M_{BC}}=\left(-2,\frac{7}{2}\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{M_{AC}M_{BC}}\right|=\sqrt{\frac{65}{4}}=\frac{\sqrt{65}}{2}.$$

18. (11, 23)

$$M_{AB}=(0,3);\ M_{AC}=(4,0);\ M_{BC}=(4,3)\Rightarrow d(M_{AB},M_{AC})=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5;$$

19. $d(M_{AB},M_{BC})=\sqrt{4^2}=4;\ d(M_{AC},M_{BC})=\sqrt{3^2}=3.$

20. x = -3

21. (-12, 22)

22. B (-4, -2)

23. M (0, 37/5); N (1, 44/5); P (2, 51/5); Q (3, 58/5)

24. M (7/24, -7/24); N (1/12, -1/12); P (-1/8, 1/8)

25. D (-10, 14)

26. A (11, -1)

27. M (1, 0); N (-1, 1)

28. A (-8, 7)

29. M (-7/15, 1); N (-8/5, 7/4); P (-41/15, 5/2); Q (-58/15, 13/4)

30. Q (20/7, -2)

31. $\left|\vec{u}\right|=\sqrt{73}$ ; $\hat{u}=69^{o}\ 26'\ 38''$ ; $\left|\vec{v}\right|=\sqrt{10}$ ; $\hat{v}=18^{o}\ 26'\ 6''$ ; $\left|\vec{w}\right|=\sqrt{53}$ ; $\hat{w}=74^{o}\ 3'\ 17''$
$\left|\vec{t}\right|=\sqrt{5}$ ; $\hat{t}=3^{o}\ 26'\ 6''$ .

32. D (-13/5, -1)

33. D (18, 17)

34. 28,9403

35. Q (-12, 3)

36. a) 6 b) $\sqrt{45}$.

37. Q (10, -4)

38. a) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ b) $\sqrt{233}$.

39. Q (-3/2, 1/6)

40. D (-8/5, 14/5)

41. $\mathrm{m} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$. $n = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

42. *C* es el más cercano.

43. $18 + \sqrt{65}$

44. 27,1324

45. 26,4553

46. 13

47. $\sqrt{10}$.

48. 16,9706

49. $\vec{\mathrm{v}}_1 = \left(\frac{4}{\sqrt{65}}, -\frac{7}{\sqrt{65}}\right)$ y $\vec{\mathrm{v}}_2 = \left(-\frac{4}{\sqrt{65}}, \frac{7}{\sqrt{65}}\right)$.

50. *A* es el más cercano.

51. *C* es el más cercano.

52. M (2, 5); N (4, 4); P(5/2, 0); Q (1/2, 1); Perímetro 13, 0161

53. a) Sí que es un triáqngulo rectángulo. b) No es un triángulo isósceles.

54. El lado de un triángulo debe estar entre la diferencia de los otros dos y la suma de los otros dos, por lo que el vector suma (que forma un triángulo que los dos vectores) no puede ser mayor que 10 + 5 = 15, ni menor que 10 - 5 = 5.

55. La distancia al punto de origen es de 3,717 km. La distancia total recorrida es de 4,75 km.

56. No forman un triángulo.

57. Forman un triángulo isósceles.

58. El triángulo es rectángulo.

59. $m = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

60.

a) $(\vec{u}-\vec{v})(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{u}\cdot\vec{v} - \vec{v}\cdot\vec{u} + \vec{v}^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}^2$

b) $(2\vec{u}+3\vec{v})(\vec{u}+\vec{v}) = 2\vec{u}^2 + 2\vec{u}\cdot\vec{v} + 3\vec{v}\cdot\vec{u} + 3\vec{v}^2 = 2\vec{u}^2 + 5\vec{u}\cdot\vec{v} + 3\vec{v}^2$

c) $(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}\cdot\vec{u} - \vec{v}^2 = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$

61. El valor de $\vec{v}\cdot\vec{i}$ y de $\vec{v}\cdot\vec{j}$ son las proyecciones del vector $\vec{v}$ sobre los ejes de coordenadas (OX y OY respectivamente).

62. 175º48´54´´

63. 8

64.

a) $(\vec{u}+\vec{v}-\vec{w})(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}) = [(\vec{u}+\vec{v})-\vec{w}]\cdot[(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}] = (\vec{u}+\vec{v})^2 - \vec{w}^2$

b) $(\vec{u}-\vec{v}-\vec{w})(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}) = [\vec{u}-(\vec{v}+\vec{w})]\cdot[\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})] = \vec{u}^2 - (\vec{v}+\vec{w})^2$

65. 25/2

66. 90º

67. $[(\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{d} - (\vec{b}\cdot\vec{d})\vec{c}]\cdot\vec{b} = (\vec{b}\cdot\vec{c})(\vec{d}\cdot\vec{b}) - (\vec{b}\cdot\vec{d})(\vec{c}\cdot\vec{b}) = 0$, por lo que son perpendiculares.

68. $|\vec{v}| = |\vec{w}| = \sqrt{\frac{100}{2+\sqrt{2}}}$.

69. Tomando A como origen: $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\Rightarrow$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC})+\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{AD}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

70. 17/2

71. $10\sqrt{19}$.

72. $\frac{8\sqrt{2}}{5}$.

73. $k=4\pm\sqrt{15}$.

74. 30

75. Si tomamos la semicircunferencia centrada en el (0, 0) y de radio r, sus puntos (x, y) verifican $x^2+y^2=r^2$. Un ángulo inscrito en esta semicircunferencia tiene por lados los vectores (x +r , y) y (x - r, y), ya que van de (-r, 0) a (x, y) y de (r, 0) a (x, y) respectivamente.

$(x+r, y)\cdot(x-r, y)=x^2-r^2+y^2=r^2-r^2=0$, por el ángulo es recto.

76. Si los lados del rombo son $\vec{u},\ \vec{v}$ con $|\vec{u}|=|\vec{v}|$, las diagonales son $\vec{u}+\vec{v}$ y $\vec{u}-\vec{v}$.

$(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})=\vec{u}^2-\vec{v}^2=|\vec{u}|^2-|\vec{v}|^2=0$, por lo que son perpendiculares.

77. Un vector perteneciente a la primera bisectriz es $\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$, y un vector de la segunda bisectriz es $-\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$. Entonces,

$\left(\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}\right)\cdot\left(-\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}\right)=-\frac{\vec{u}^2}{|\vec{u}|^2}+\frac{\vec{v}^2}{|\vec{v}|^2}=-1+1=0$, por lo que son perpendiculares.

78. $r: y=0{,}4663x-1{,}4663$

79. $m=\frac{-3-(-2)}{3-5}=\frac{1}{2}$; $r: y-(-2)=\frac{1}{2}(x-5)$.

80. Son secantes.

81. $r: y=mx+n\Rightarrow m=-2$; $P(4,-1)\in r\Rightarrow -1=-8+n\Rightarrow n=7\Rightarrow r: y=-2x+7$; $r: 2x+y-7=0$.

82. $r: y=mx+n\Rightarrow m=6$; $P(-5,2)\in r\Rightarrow 2=-30+n\Rightarrow n=32\Rightarrow r: y=6x+32$.

83. Son secantes y se cortan en: (-5/8, 1/4)

84. a) m = 7, n = 1 ; b) m = -2 , n = -5 ; c) m = 3 , n = 0 ; d) m = 9 , n = 2.

85. Son secantes y se cortan en el punto (0, -3)

86. k = 3; r: 3x – 7y + 1 = 0

87. $r_A$ : y = 4x + 7; $r_B$: y = 4x – 7; $r_C$: y = 4x + 6

88. $r_A : y + 2 = -\frac{7}{9}(x - 4).$

89. a = -2; y = 2x + 7

90. x – 2y + 11 = 0

91. k = 32

92. k = -4/5

93. 2x + y + 1 = 0

94. Para que sean paralelas y distintas k = 3, y para que sean coincidentes k = -3.

95. K = 4; y + 1 = x – 1

96. $r_A$ : y = -3x + 7; $r_B$: y = -3x + 21; $r_C$: y = -3x - 14

97. a) m = -6 , n = 7 ; b) m = -1/3; n = 5/3 c) m = 0 , n = -1 ; d) m = 2/5; n = 1/5

98. $r_A$ : y = -2x - 1; $r_B$: y = -2x + 4; $r_C$: y = -2x + 1

99. Están alineados.

100. K = 2/3

101. Y = 3x + 9

102. 17 €; 660 km

103. 1120 m

104. $r : y - \frac{41}{11} = -\frac{5}{3}\left(x + \frac{9}{11}\right).$

105.